

基于 Riccati 方程的 航空发动机鲁棒容错控制

徐启华¹, 李华聪²

(1. 淮海工学院 电子工程系, 江苏 连云港 222005;

2. 西北工业大学 航空动力与热力工程系, 陕西 西安 710072)

摘要: 采用状态反馈控制律, 基于 Riccati 型方程, 导出了对象模型存在参数摄动的航空发动机控制系统对传感器失效具有完整性的一个充分条件, 并给出了使该充分条件得到满足的一种迭代计算方法。以某型双转子航空发动机为例进行了仿真设计, 仿真计算结果表明上述方法有效、实用。对于执行器发生故障的情形, 也给出了类似的结论。

关键词: 航空、航天推进系统; 鲁棒容错控制; 模型不确定性; 传感器/执行器故障; 完整性; 仿真

中图分类号: V233.7; TP271.61

文献标识码: A

Robust Fault-Tolerant Control for Aeroengine Based on Solution of Riccati Equation

XU Qi-hua¹, LI Hua-cong²

(1. Huaihai Institute of Technology, Lianyungang 222005, China;

2. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Using a feedback control law, a sufficient robust fault-tolerant condition is derived based on the solution of Riccati equation. The fault-tolerant condition can make an aeroengine possess integrity against both sensor failure and parameter perturbation of the engine model. According to the proposed robust fault-tolerant condition, a new design method and an iterative design procedure are presented through increasing gradually the state-weighted matrix in the Riccati equation. The design method was applied to a turbojet engine to demonstrate its effectiveness. It is proved to be very useful and effective with the satisfactory numerical simulation results of the robust fault-tolerant engine control system. The similar fault-tolerant condition and corresponding design method are also concluded in the case of actuator failure.

Key words: aerospace propulsion system; robust fault-tolerant control; model uncertainty; sensor/actuator failure; integrity; simulation

1 引言

在航空发动机全权限数字式电子控制系统

(FADEC)中,传感器和执行器的失效可能导致严重的后果;另一方面,由于建模误差、工作环境变化和元器件老化等多种原因,发动机的模型不可

收稿日期: 2002-05-03; 修订日期: 2002-08-03

作者简介: 徐启华(1962-),男,陕西山阳人,淮海工学院电子工程系教授,工学博士,主要从事容错控制,智能控制,复杂系统建模与控制等研究。

避免地存在着一定程度的不确定性。因此,同时考虑这两者对系统控制带来的影响,即研究航空发动机的鲁棒容错控制问题具有非常实际的意义^[1,2]。

基于完整性的容错控制设计已在多个领域受到广泛重视^[3~5]。由于不用进行故障检测与诊断,不要附加硬件且实时性好,完整性设计方法对于航空发动机控制系统具有很大的吸引力。本文基于 Riccati 型方程的解,导出了模型参数存在不确定性的航空发动机控制系统在传感器或执行器发生故障时具有完整性的鲁棒容错控制充分条件,并给出了一种使该条件得到满足的、有效的状态反馈设计方法。

2 问题描述

考虑模型参数的变化,航空发动机的状态方程可以表示为:

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t) \quad (1)$$

其中, $x(t) \in R_n$ 为状态向量, $u(t) \in R_m$ 为控制向量; A, B 为适当维数的矩阵, $\{A, B\}$ 可控; 各个 Δ 项为不确定性参数向量产生的矩阵摄动, 摄动矩阵数值不确定但范数有界, 既: $\|\Delta A\| \leq a$, $\|\Delta B\| \leq b$ 。式中 $\|\cdot\|$ 表示矩阵的谱范数。

定义传感器和执行器的第 i 种故障模式分别为 $F_i \in F$ 和 $L_i \in L$:

$$F_i = \text{diag}\{f_1, f_2, \dots, f_j, \dots, f_n\}$$

$$L_i = \text{diag}\{l_1, l_2, \dots, l_j, \dots, l_m\}$$

$f_j=1$ 表示第 j 个传感器正常, $f_j=0$ 表示第 j 个传感器失效; l_j 的取值和含义与 f_j 类似; F 和 L 分别表示传感器和执行器全体故障模式的集合。

采用状态反馈控制 $u(t) = -Kx(t)$, 考虑传感器的故障 $F_i \in F$ 或执行器的故障 $L_i \in L$, 航空发动机闭环控制系统分别为:

$$S^i = Q + 2\alpha P - PBR^{-1}B^TP + F_iPBR^{-1}B^TP + PBR^{-1}B^TPF_i - (\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1})P^2 - (\epsilon_1a^2 + \epsilon_2b^2\|K\|^2)I$$

证明: 选择 Lyapunov 函数

$$V(x) = x^T(t)Px(t) > 0$$

沿式(2)确定的状态轨线对 $V(x)$ 求时间的导数, 应用引理 1, 考虑到 $\|F_i\| = 1$, 有:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \dot{x}^T(t)Px(t) + x^T(t)P\dot{x} = \\ &= x^T(t)[A^TP + PA - F_iPBR^{-1}B^TP - PBR^{-1}B^TPF_i]x(t) + \\ &+ [x^T(t)\Delta A^TPx(t) + x^T(t)P\Delta Ax(t)] + [-x^T(t)F_iK^T\Delta B^TPx(t) - \\ &- x^T(t)P\Delta BK^TF_ix(t)] \leq x^T(t)[-Q - 2\alpha P + PBR^{-1}B^TP - \\ &- F_iPBR^{-1}B^TP - PBR^{-1}B^TPF_i + (\epsilon_1a^2 + \epsilon_2b^2\|K\|^2)I + \\ &+ (\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1})P^2]x(t) = -x^T(t)S^ix(t) \leq -\lambda_m(S^i)x^T(t)x(t) \end{aligned}$$

$$\dot{x}(t) = [(A + \Delta A) - (B + \Delta B)KF_i]x(t) \quad (2)$$

$$\dot{x}(t) = [(A + \Delta A) - (B + \Delta B)L_iK]x(t) \quad (3)$$

对于上述系统, 鲁棒容错控制器的设计问题为: 确定反馈增益矩阵 K , 对于所考虑的故障模式 $F_i \in F$ 或 $L_i \in L$, 保证闭环系统(2)或(3)渐近稳定。

3 主要结果

引理 1^[6]: 对任意两个适当维数的矩阵 X, Y 和任意正数 $\epsilon > 0$, 有:

$$X^TY + Y^TX \leq \epsilon X^TX + \epsilon^{-1}Y^TY$$

引理 2: 两个适当维数的矩阵 X, Y 有以下关系:

$$X^TY + Y^TX \geq -X^TX - Y^TY$$

利用矩阵恒等式:

$$\begin{aligned} (X + Y)^T(X + Y) &= \\ &= (X^TY + Y^TX) + (X^TX + Y^TY) \end{aligned}$$

及 $(X + Y)^T(X + Y) \geq 0$ 容易证得此引理。

定理 1: 反馈增益阵取为:

$$K = R^{-1}B^TP$$

P 为如下 Riccati 型方程的正定解:

$$PA + A^TP + 2\alpha P - PBR^{-1}B^TP + Q = 0 \quad (4)$$

上式中, 与闭环稳定裕度有关的实参数 $\alpha \geq 0$ 。

对于实数 $\epsilon_1 > 0$ 和 $\epsilon_2 > 0$, 通过选择合适的加权矩阵 $R > 0$ 和 $Q > 0$, 如果满足条件:

$$\min_{F_i \in F} \lambda_m(S^i) > 0 \quad (5)$$

则系统(2)对所考虑的各种传感器故障 $F_i \in F$ 具有鲁棒容错性。其中 $\lambda_m(\cdot)$ 表示求实对称矩阵的最小特征值, 而:

若式(5)满足,则 $V(x) < 0$,根据稳定性定理可知,闭环系统(2)渐近稳定,即对各种传感器故障 $F_i \in F$ 具有鲁棒容错性。

定理 2:从适当的初值开始逐步增加权矩阵 Q ,当 Q 增加到一定值时,由相应的 Riccati 方程解出的正定矩阵 P 可使鲁棒容错控制条件(5)得到满足。

证明:设 $Q=Q_1$ 时,方程(4)的解为 $P=P_1 > 0$,对应的 $S^i=S_1^i$; $Q=Q_2$ 时,方程(4)的解为 $P=P_2 > 0$,对应的 $S^i=S_2^i$;由文献[7]知,若 $\Delta Q=Q_2-Q_1 > 0$,则 $\Delta P=P_2-P_1 > 0$ 。

令:

$$\begin{aligned} \Delta S = S_2^i - S_1^i = \Delta Q + 2\alpha\Delta P + (P_1 B_0 P_1 - \\ P_2 B_0 P_2) + F_i(P_2 B_0 P_2 - P_1 B_0 P_1) + \\ (P_2 B_0 P_2 - P_1 B_0 P_1)F_i + \\ (\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1})(P_1^2 - P_2^2) + \epsilon_2 b^2 \|\Delta K\|^2 I \end{aligned}$$

上式中:

$$\|\Delta K\|^2 = \|R^{-1}B^T P_2\|^2 - \|R^{-1}B^T P_1\|^2$$

$$B_0 = BR^{-1}B^T$$

取 $R^{-1}=rI$ 为正定的单位阵,若 B 非奇异,则 $B_0 > 0$ 。

根据文献[8],当 $P_2 > P_1$ 时,适当的 B_0 可使:

$$P_1 B_0 P_2 > P_2 B_0 P_2$$

由此及引理 2 可推得:

$$\Delta S > \Delta Q + 2\alpha\Delta P - \Delta S_1$$

其中:

$$\Delta S_1 = \frac{\lambda_m(B_0)F_i P_1^2 F_i}{\lambda_m(B_0)} + \frac{\lambda_m^3(B_0)P_1^2}{\lambda_m(B_0)} +$$

$$(\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1}) \frac{\Delta\lambda(B_0)P_1^2}{\lambda_m(B_0)} +$$

$$F_i P_1 B_0 P_1 + P_1 B_0 P_1 F_i$$

ΔS_1 只与 P_1 有关,增加 ΔQ 不会影响 ΔS_1 的值。

增大 Q 使 $\Delta Q > \|\Delta S_1\|I$,则可使 $\Delta S > 0$,从而:

$$\lambda_m(S_2^i) = \lambda_m(S_1^i + \Delta S) > \lambda_m(S_1^i) \quad (6)$$

式(6)说明, Q_2 对应的正定解 P_2 更利于条件(5)的满足。于是,在适当的初值下,逐步增大 Q 可使条件(5)最终得到满足。

实际设计时,可从适当的权矩阵 $Q_0 > 0$ 和 $R_0 = R = rI > 0$ 开始,按下式逐步迭代计算:

$$Q_{k+1} = (1 + \beta) Q_k$$

$$(\beta > 0, k = 0, 1, 2, \dots)$$

对每一 Q_k ,解方程(4),求得相应的解矩阵

P_k ,代入式(5)判断。若条件满足,得到所设计的鲁棒容错控制解为 $u(t) = -R^{-1}B^T P_k$;若条件不满足,则继续进行迭代,直到条件(5)满足为止。

定理 3:如果满足条件:

$$\min_{L_i \in L} \lambda_m(T^i) > 0 \quad (7)$$

其中:

$$T^i = Q + 2\alpha P - PBR^{-1}B^T P +$$

$$PBR^{-1}L_i B^T P + PBL_i R^{-1}B^T P -$$

$$(\epsilon_1 a^2 + \epsilon_2 b^2 \|K\|^2)I - (\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1})P^2$$

则闭环系统(3)对所考虑的各种执行器故障 $L_i \in L$ 具有鲁棒容错性。

该定理的证明与定理 1 方法类似。

具体设计时,也可采用逐步增大 Q 的方法进行迭代计算,使条件(7)最终得到满足。

4 仿真实例

考虑工作在地面最大状态的某双轴航空发动机^[9],其基准模型和模型矩阵摄动分别为:

$$A = \begin{bmatrix} -2.1489 & -0.4039 \\ 2.8626 & -3.0174 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.2983 & 0.5942 \\ 0.2852 & 1.7085 \end{bmatrix}$$

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0.1\sin(t) & 0 \\ 0 & 0.1\cos(t) \end{bmatrix}$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} 0 & 0.1\sin(t) \\ 0.1\cos(t) & 0 \end{bmatrix}$$

状态向量: $x(t) = [n_H(t), n_L(t)]^T$

控制向量: $u(t) = [m_f(t), A_e(t)]^T$

其中: $n_H(t), n_L(t)$ 分别为高、低压转子转速; $m_f(t), A_e(t)$ 分别为燃油供油量和尾喷口面积;上述四个变量均为相对增量形式,无量纲。容易验证 $\{A, B\}$ 可控,且 B 非奇异。

传感器的全部故障模式为:

$$F = \{F_0, F_1, F_2\} =$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

用 Matlab 工具箱进行仿真。取 $\alpha = 0; \beta = 0.2, \epsilon_1 = \epsilon_2 = 0.5$; 权矩阵初值 $R = Q = 0.01I$ 。通过迭代修正发现,当 $R = 0.01I, Q = 0.06I$ 时, Riccati 方程的解为:

$$P = \begin{bmatrix} 0.0127 & 0.0007 \\ 0.0007 & 0.0071 \end{bmatrix} x(t)$$

式(5)得到满足。

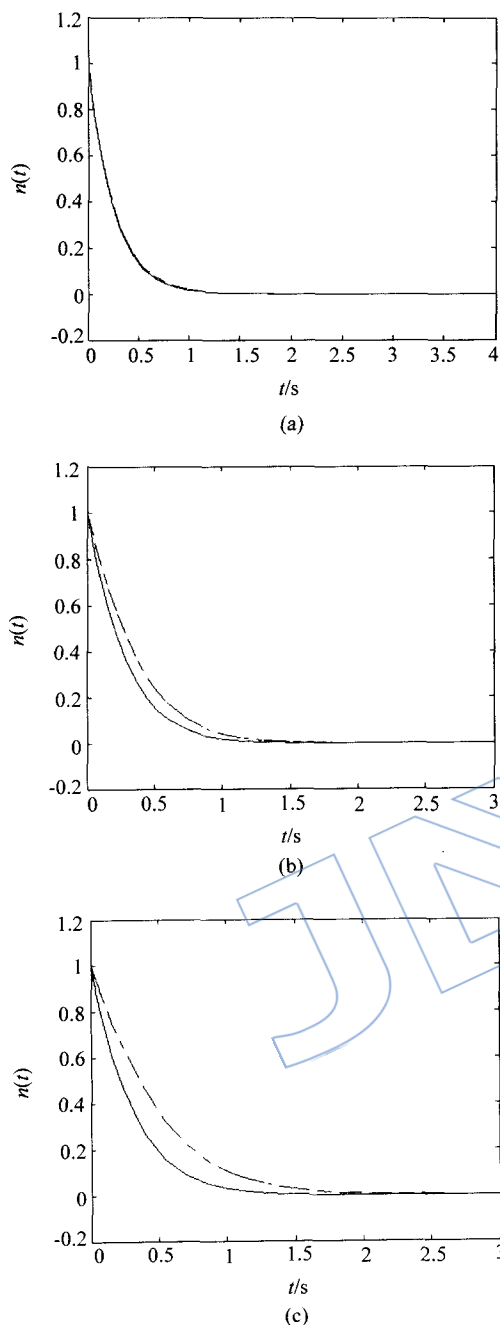


图 1 鲁棒容错控制系统零输入响应仿真结果

Fig. 1 Initial condition response of the robust fault-tolerant control system

相应的鲁棒容错状态反馈控制器为:

$$u(t) = \begin{bmatrix} -0.3972 & -0.2047 \\ -0.8721 & -1.2612 \end{bmatrix} x(t)$$

图 1(a), (b) 和 (c) 分别是在故障模式 F_0, F_1, F_2 下闭环系统的零输入响应仿真曲线, 横坐标为时间, 单位是秒; 纵坐标为高、低压转子转速的相对增量, 其中: 实线表示 $n_H(t)$, 虚线表示 $n_L(t)$ 。仿真结果表明, 在各种故障模式下, 该系统都能正常地回到稳定点, 系统具有良好的鲁棒容错控制性能。

5 结 论

基于 Riccati 方程的解和 Lyapunov 稳定性定理给出的鲁棒容错控制方法, 可以保证航空发动机控制系统在对象模型存在不确定性时对各种传感器故障模式具有完整性。仿真实例验证了该方法的有效性。该方法也可类似地应用到执行器发生故障的情形。

参考文献:

- [1] Frederick D K, etc. Turbofan Engine Control Design Using Robust Multivariable Control Technology[R]. AIAA-96-2587.
- [2] Walter C M, John C D, William M B. Advanced Detection, Isolation and Accommodation of Sensor Failures—Real Time Evaluation[R]. NASA TP 2740, 1987.
- [3] 杨建军, 史忠科, 戴冠中. 最优鲁棒容错控制新方法及其在飞行控制中的应用[J]. 控制理论与应用, 1998, 15(5): 780-783.
- [4] 胡刚, 孙继涛, 刘永清. 不确定时滞系统的鲁棒容错控制[J]. 华南理工大学学报, 2001, 29(2): 39-41.
- [5] 王占山, 李奇安, 李平. 不确定时滞线性系统的鲁棒容错控制[J]. 石油化工高等学校学报, 2001, 14(2): 74-78.
- [6] Zhou K, Khargonekar P P. Robust Stabilization of Linear Systems with Norm-Bounded Time-Varying Uncertainty[J]. Systems and Control Letters, 1988, 10(1): 17-20.
- [7] 周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.
- [8] Man F T. Some Inequalities for Positive Definite Symmetric Matrices[J]. SIAM J. Applied Mathematics, 1970, 19(4): 679-681.
- [9] 樊思齐, 徐芸华. 航空推进系统控制[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1995.